EŞİTSİZLİK

EŞİTSİZLİK

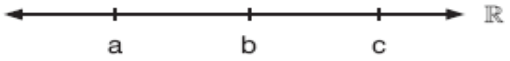
a, b ye eşit değilse, "**a ≠ b**" biçiminde yazılır.

a ≠ b ise bu durumda;

a > b, "a büyüktür b den" ya da

a < b, "a küçüktür b den" olur .

Gerçel (reel) sayı ekseninde herhangi bir sayının sağında bulunan sayılar daima o sayıdan büyük, solunda bulunan sayılar da o sayıdan küçüktür.



Yukarıdaki sayı doğrusuna göre;

a < b < c ' dir.

x > y, **x ≥ y**, **x < y** ve x **≤ y** şeklindeki ifadelere eşitsizlik denir.

SIRALAMANIN ÖZELİKLERİ

x, y, a, b reel (gerçel) sayılar olmak üzere,

1) Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenebilir veya çıkarılabilir.

* a < b ise a + c < b + c 'dir.

* a < b ise a – c < b – c 'dir .

Örnek:

* 1 < 2 ise 1 + 4 < 2 + 4 'tür.

* 1 <2 ise 1 – 4< 2 – 4 'tür.

2) Bir eşitsizliğin her iki tarafı pozitif bir reel sayıyla çarpılır veya bölünür ise eşitsizliğin yönü aynı kalır.

* a < b ve c > 0 ise a . c < b . c dir.

* a < b ve c > 0 ise $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ 'dir.

Örnek:

1 < 2 ve 3 > 0 ise 1 . 3 < 2 .3 'tür.

1 < 2 ve 3 > 0 ise $\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$ 'tür.

3) Bir eşitsizliğin her iki tarafı negatif bir reel sayı ile çarpılır veya bölünürse eşitsizlik yön değiştirir.

* a < b ve c < 0 ise a . c > b . c 'dir.

* a < b ve c < 0 ise $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 'dir.

Örnek:

1 < 2 ve -3 < 0 ise 1 . -3 > 2 . -3 'tür.

1 < 2 ve -3 < 0 ise $\frac{1}{-3} > \frac{2}{-3}$ 'tür.

4) Eşitsizliklerde geçişme özeliği vardır.

(x < y ve y < z) ise x < z 'dir.

Örnek:

1< 2 ve 2 < 3 ise 1 < 3 'tür.(Aynı sayıları kapat)

5) Aynı yönlü eşitsizlikler, taraf tarafa toplanabilir; fakat çıkarılamaz.

(x < y ve a < b) ise x + a < y + b 'dir.

Örnek:

1 < 2 ve 3 < 4 ise 1 + 3 < 2 + 4 'tür.

6) x ile y aynı işaretli olmak üzere,

x < y ise, $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ 'dir.

Örnek:

1 < 2 ise, $\frac{1}{1} > \frac{1}{2}$ 'dir.

7) a . b < 0 ise a ile b ters işaretlidir.

a . b > 0 ise a ile b aynı işaretlidir.

Örnek:

-1 . 2 < 0

-1 . -2 > 0

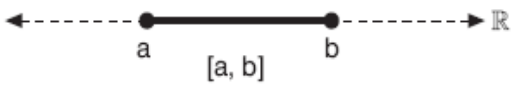
1 . 2 > 0

REEL (GERÇEL) **SAYI ARALIKLARI**

1) Kapalı Aralık

a ile b reel sayılar ve a < b olsun.

a ve b sayıları ile bu sayıların arasındaki tüm reel sayıları içine alan küme, **[a, b]** şeklinde gösterilir ve bu şekilde tanımlanan aralıklara kapalı aralık denir.



AHMETEROLBOS

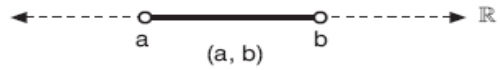
EŞİTSİZLİK

2. Açık Aralık

2. Açık Aralık

a, b ∈ R ve a < b olsun.**[a, b]** kapalı aralığının uç noktalarının ikisi de bu aralıktan çıkarılırsa elde edilen yeni aralığa açık aralık denir.

Açık aralık, x ∈ R olmak üzere, **(a, b)** biçiminde ya da **a < x < b** biçiminde gösterilir.

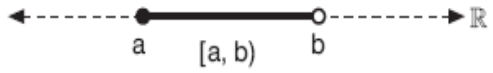


3. Yarı Açık Aralık

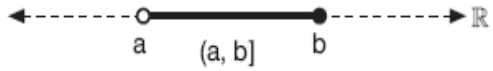
a, b ∈ R ve a < b olsun.

[a, b] kapalı aralığının uç noktalarından biri çıkarılırsa elde edilen yeni aralığa yarı açık aralık denir.

[a, b] kapalı aralığından **b** noktası çıkarılırsa **[a, b)** yarı açık aralığı elde edilir.



[a, b] kapalı aralığından **a** noktası çıkarılırsa **(a, b]** yarı açık aralığı elde edilir.



BİRİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

a, b ∈ R ve a ≠ 0 olmak üzere; **ax + b < 0**, **ax + b ≤ 0**, **ax + b > 0** ve **ax + b ≥ 0** biçimindeki eşitsizlikler birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerdir.

Örnek:
2 eksiği 3 veya 3'ten küçük olan sayılar:
x - 2 ≤ 3 ise x - 2 + 2 ≤ 3 + 2 ve x ≤ 5 olur.
Eşitsizliğin çözüm kümesini 5 veya 5'ten küçük sayılar oluşturur.Bu sayıları kümelerdeki ortak özellik yöntemini de kullanarak sayı doğrusunda gösterelim.
Ç = { x I x ≤ 5, x ∈ IR }



AHMETEROLBOS

Örnek: $10 - 2x > 4$ eşitsizliğini sağlayan,
A)Doğal sayılar kaç tanedir?

$10 - 4 > 2x \; ise \; 6 > 2x \; ve \; 3 > x$ olur.
Doğal sayı olarak, 2, 1, 0 olur.3 tanedir.

B)En büyük doğal sayı kaçtır?
A şıkkından 2 olduğu görülür.

AHMETEROLBOS

Örnek: $2x - 3 \leq 5$ eşitsizliğini gösteren aralığı parantezle ifade edelim.

$$2x - 3 \leq 5 \;\rightarrow\; 2x \leq 5 + 3 \rightarrow 2x \leq 8$$

$x \leq 4$ olur.4'e eşit ve daha küçük sayılar için

(-∞, 4] olur.

Örnek: $-3 \leq x < 7$ eşitsizliğini sağlayan tam sayılar toplamı kaçtır?

-3, -2 ,-1 ,0 ,1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 bulunur. Toplarsak 4+5+6 = 15 olur.

AHMETEROLBOS

Örnek: $3x - 3 \leq 2x - 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?(x ler bir tarafa, sayılar diğer tarafa alınır) $3x - 2x \leq -1 + 3 \rightarrow x \leq 2$ olur

AHMETEROLBOS

SORULARLA EŞİTSİZLİK

1) İki katının 3 eksiği 11'den küçük ve eşit olan sayı en çok kaçtır?

$2x - 3 \leq 11 \rightarrow 2x \leq 14 \rightarrow x \leq 7$ için cevap 7'dir.

AHMETEROLBOS

2) Aysu'nun boyu $\mathbf{18x + 15}$ cm, Can' ın boyu $\mathbf{20x + 1}$ cm'dir.Aysu,Can'dan daha uzun olduğuna göre,Can'ın boyu en çok kaç cm olabilir?

$20x + 1 < 18x + 15 \rightarrow 2x < 14 \, , x < 7$

x en çok 6 olacağından,

$20x + 1 = 20.6 + 1 = 121 \; cm$ bulunur.

AHMETEROLBOS

3) a ve b birer tam sayı olmak üzere,

$-2 \leq a < 5 \; ve \; 3 < b \leq 6$ veriliyor.

Buna göre, $a + b$ en fazla kaç olur?

$a = 4 \; ve \; b = 6 \; ise \; a + b = 10 \; olur.$

EŞİTSİZLİK

4) a ve b birer tam sayı olmak üzere,

$-1 < a \leq 5$ ve $3 \leq b < 5$ veriliyor.

Buna göre, $3a + 2b$ en fazla kaç olur?

$a = 5$ ve $b = 4$ ise

$3a + 2b = 3.5 + 2.4 = 23$ $olur$.

5) $3x + 2 > 5 - 2(x - 1)$ ise hangisi doğrudur?

A) $1 > x$ B) $x > 1$

C) $-1 > x$ D) $x > -1$

$3x + 2 > 5 - 2x + 2 \rightarrow 5x > 5$ ise,

$x > 1$ bulunur.

EŞİTSİZLİKLERİN GRAFİKLERİ

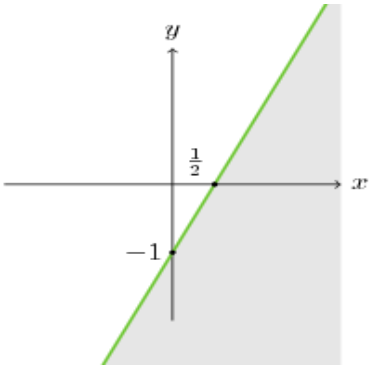
" **y= ax + b**" veya " **y ≥ ax + b**" doğrusal eşitsizliklerin grafikleri çizilirken önce **y = ax + b** doğrusunun grafiği çizilir.

Sonra doğrunun ayırdığı bölgelerden birer sıralı ikili seçilip eşitsizlikte yerine yazılır. Eşitsizliği sağlayan sıralı ikilinin olduğu taraf taranır.

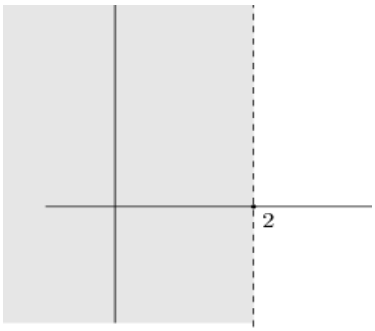
Doğrusal eşitsizlikte "≤" veya "≥" sembolleri olduğunda doğru, çözüm kümesine dâhildir ve grafiği düz çizgi ile çizilir.

" **y<ax + b**" veya " **y>ax + b**" doğrusal eşitsizliklerin grafikleri çizilirken aynı yol takip edilir. Ancak doğru, çözüm kümesine dâhil değildir ve grafiği kesik çizgi ile çizilir.

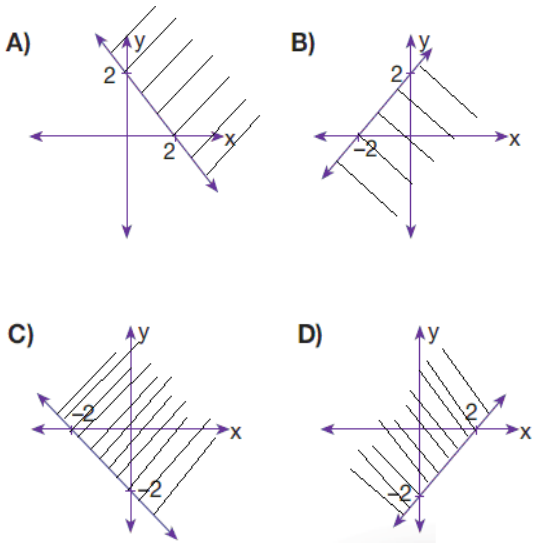
Örnek: $y \leq 2x-1$ eşitsizliğinin çözüm kümesini koordinat sisteminde gösterelim.Önce $y = 2x-1$ grafiği çizilir.Denklemde, x = y = 0 yazınca 0 =-1 elde edilir ki, bu yanlıştır. O halde orijin dışındaki yerde denklem gerçeklenir.



Örnek: $x < 2$ grafiğini çizelim.Önceki çizimde eşitlikten dolayı grafik çizgi şeklinde idi. Şimdi ise eşitlik olmadığından kesik çizgi ile gösterecegiz. Önce $x = 2$ doğrusu çizilir. **x**' in **2**' den küçük olduğu taraf taranır.



Örnek: $x + y \leq 2$ eşitsizliğinin grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



Örnek: Bir öğrenci grubundaki erkeklerin sayısı, kızların sayısının 3 katından 10 eksiktir.Bu gruptaki kızlar, erkeklerden daha çok olduğuna göre grupta en çok kaç tane erkek öğrenci olabilir?

Örnek: $3y - 6 < -3$ eşitsizliğinin çözüm kümesi koordinat sisteminin hangi bölgelerinde sağlanır?

AHMETEROLBOS